



Received: 2023/11/30  
Revised: 2023/12/11  
Accepted: 2023/12/28  
Published: 2023/12/31

**\*Corresponding Author:**

**Chul Hyun**

Dept. of Battlefield Analysis and Development, LIG Nex1  
333 Pangyo-ro, Bundang-gu, Seongnam-si,  
Gyeonggi-do, 13488, Republic of Korea  
Tel: +82-31-5178-4293  
Fax: +82-31-5179-7086  
E-mail: chul.hyun@gmail.com

# 수중운동체 기동 모사를 위한 선형·비선형 운동방정식 비교 분석

## Comparison and Analysis of Linear-nonlinear Dynamic Equations for Underwater Vehicle Maneuvering Simulation

이호진<sup>1</sup>, 현철<sup>1\*</sup>, 김현승<sup>2</sup>, 김창환<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LIG넥스원 전장분석개발팀 수석연구원

<sup>2</sup>LIG넥스원 전장분석개발팀 선임연구원

Hojin Lee<sup>1</sup>, Chul Hyun<sup>1\*</sup>, Hyunseung Kim<sup>2</sup>, Changhwan Kim<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Principal researcher, Dept. of Battlefield Analysis and Development, LIG Nex1

<sup>2</sup>Senior researcher, Dept. of Battlefield Analysis and Development, LIG Nex1

### Abstract

본 논문에서는 대칭 형태를 갖고 고속 주행하는 수중운동체의 기동을 표현할 수 있는 비선형과 선형 6자유도 운동방정식을 도출하였다. 각각의 운동방정식은 상용 프로그램을 이용하여 동일한 형태의 제어모델과 통합하였고, 여러 기동 조건에 대한 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과 대부분 비선형과 선형 운동방정식 결과가 거의 일치하였다. 급기동이 많지 않은 조건에서의 대략적인 특성 분석이나 제어 성능 확인을 위한 용도로는 단순화된 선형 모델을 사용해도 무방함을 확인하였다.

In this paper, we derived nonlinear and linear 6-DOF motion equations that can represent the maneuvers of underwater vehicles with symmetric shapes and high-speed running. Each motion equation was integrated with a control model of the same form using a commercial program, and numerical simulations were performed for various maneuver conditions. The simulation results showed that the results of the nonlinear and linear motion equations were almost identical in most cases. We confirmed that a simplified linear model can be used for rough characteristic analysis or control performance verification under conditions where there are not many sharp maneuvers.

### Keywords

자율수중운동체(Autonomous Underwater Vehicle), 6자유도 운동방정식(6DOF Motion Equation), 비선형 운동방정식(Nonlinear Motion Equation), 선형 운동방정식(Linear Motion Equation)

## 1. 서론

자율수중운동체(AUV)는 해양 탐사, 해양 자원개발부터 국방 분야에 이르기까지 다양한 활용 범위를 갖는다. 수중운동체를 개발할 때에는 제작에 앞서 저렴한 비용으로 빠른 기간 내에 결과를 예측하고 설계 및 성능 분석 등에 활용할 수 있는 시뮬레이션 모델이 필요하다. 시뮬레이션 모델을 획득하기 위해서는 수중운동체의 기동 성능 등을 모사하는 운동방정식 도출이 필수적이다.

본 논문에서는 대칭 형태를 갖고 고속 주행하는 수중운동체의 기동을 표현할 수 있는 비선형과 선형 6자유도 운동방정식을 도출한다. 각각의 운동방정식에 동일한 형태의 제어모델을 적용하여 여러 기동 조건에 대한 수치 시뮬레이션을 수행하고, 기동 특성별 수중운동체 운동방정식의 기동 특성 모사 성능을 확인해 보도록 한다.

## 2. 좌표계 정의

AUV 6자유도 운동방정식을 유도하기 위한 좌표계는 Fig. 1과 같이 정의하였다. 좌표계는 지구고정좌표계와 선체고정좌표계로 구성되며, 선수 진행방향을  $+x$ , 우현방향을  $+y$ , 수심방향을  $+z$ 로 설정하였다. 동체좌표계에서의 3축에 대한 각각의 속도는  $u, v, w$ , 자세는  $\phi, \theta, \psi$ , 힘과 모멘트는  $F_x, F_y, F_z$ 와  $K, M, N$ 으로 정의한다.

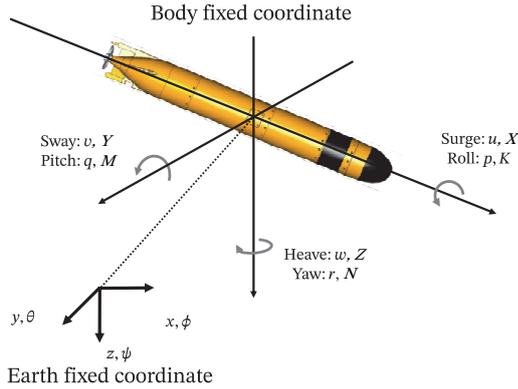


Fig. 1. The coordinate system of AUV

### 3. 비선형 운동방정식

Fig. 1에서 정의한 좌표계를 기준으로 잠수함 표준 수학모델 중에서 평면운동(Surge-Sway-Yaw) 관련 방정식을 적용하여 6자유도 비선형 운동방정식을 아래와 같이 기술할 수 있다[1-3].

부피중심 기준 좌표계에서 무게중심까지의 거리좌표가  $a_x, a_y, a_z$ , 부력중심까지의 거리좌표가  $b_x, b_y, b_z$  일 때, 기준 좌표점을 기준으로 임의의 B점에서의 속도, 가속도 풀이는 식 (1)과 같다. 이 때, AUV와 같이  $xz$ 평면이 대칭인 체계인 경우  $a_y = b_y = 0, I_{xy} = I_{yz} = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} \vec{V}_B &= \vec{V}_A + \vec{w} \times \vec{r}_{AB} \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{AB} + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r}_{AB}) \end{aligned} \quad (1)$$

AUV의 관성량은 무게중심을 기준으로 정의되므로 식 (2)와 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} I_{xx} &= I_{xx} + (a_y^2 + a_z^2) \\ I_{yy} &= I_{yy} + (a_z^2 + a_x^2) \\ I_{zz} &= I_{zz} + (a_x^2 + a_y^2) \end{aligned} \quad (2)$$

뉴턴 2법칙을 이용해  $\vec{F} = m\vec{a}, \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$  공식을 적용하여 3축에 대한 힘과 모멘트를 정리하면 식 (3)과 같다. 여기에서  $F_x, F_y, F_z, L, M, N$ 은 중력/부력에 의한 정유체력( $F_x, M_s$ ), 형상관련 동유체력( $F_H, M_H$ ), 추진기에 의한 추력( $T, Q$ ), 제어타각에 의한 제어력( $F_\delta, M_\delta$ )의 합과 같다.

$$\begin{aligned} \sum F &= F_s + F_H + T + F_\delta \\ \sum M &= M_s + M_H + Q + M_\delta \end{aligned} \quad (3)$$

이를 3축에 대한 힘, 모멘트로 풀어서 정리하면 최종적으로 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m(\dot{u} + qw - rv) - ma_x(q^2 + r^2) \\ &\quad + ma_y(pq - \dot{r}) + ma_z(\dot{q} + pr) \\ \sum F_y &= m(\dot{v} + ru - pw) + ma_x(\dot{r} + pq) \\ &\quad - ma_y(p^2 + r^2) - ma_z(\dot{p} - qr) \\ \sum F_z &= m(\dot{w} + qu - pv) - ma_x(\dot{q} - pr) \\ &\quad + ma_y(\dot{p} + qr) - ma_z(p^2 + q^2) \\ \sum L &= I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{xz}(\dot{r} + pq) \\ &\quad - I_{xy}(\dot{q} - pr) + I_{yz}(r^2 - q^2) \\ &\quad + ma_y(\dot{w} + pv - qu) - ma_z(\dot{v} + ru - pw) \\ \sum M &= I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ &\quad - I_{xy}(\dot{p} + qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) \\ &\quad - ma_x(\dot{w} + pv - qu) + ma_z(\dot{u} + qw - rv) \\ \sum N &= I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xz}(\dot{p} - qr) \\ &\quad + I_{xy}(q^2 - p^2) + I_{yz}(\dot{q} + pr) \\ &\quad + ma_x(\dot{v} + ru - pw) - ma_y(\dot{u} + qw - rv) \end{aligned} \quad (4)$$

본 논문에서는 부력중심을 좌표계 기준으로 한 운동방정식을 도출하고 분석한다. 이때  $b_x = b_y = b_z = 0$ 이고,  $a_x, a_y, a_z$ 는 각각 부력중심(기준점)으로부터 무게중심의 거리좌표이다.

#### 3.1 정유체력

중력과 부력은  $z$ 방향에서 부호만 반대로 작용하기 때문에 함께 다룬다. 지구 고정 좌표계에서 정의된  $F_{G+B,earth}$ 를 동체좌표계로 전환할 필요가 있다. 이때 심도 방향이 +이므로 중력이 +, 부력이 - 부호를 가지게 된다. 부력중심을 좌표계 기준으로 한 운동방정식은 식 (5)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_{x,S} &= -(W - B) \sin \theta \\ F_{y,S} &= (W - B) \sin \phi \cos \theta \\ F_{z,S} &= (W - B) \cos \phi \cos \theta \\ L_S &= W(a_y \cos \phi \cos \theta - a_z \sin \phi \cos \theta) \\ M_S &= -W(a_z \sin \theta + a_x \cos \phi \cos \theta) \\ N_S &= W(a_x \sin \phi \cos \theta + a_y \sin \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

#### 3.2 동유체력

모형시험을 통해 산출한 무차원 유체력계수로부터

유체력에 의한 힘, 모멘트를 계산할 수 있다. 3축에 대한 동유체력 성분은 식 (6)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 F_{x,H} &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{uu}u^2 + X_{|v|}|v| + X_{vv}v^2 \\
 &\quad + X_w w + X_{ww}w^2 + X_{|p|}|p| \\
 &\quad + X_q q + X_{qq}q^2 + X_{|r|}|r| + X_{rr}r^2 \\
 F_{y,H} &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_v v + Y_{v|v|}|v| \\
 &\quad + Y_p p + Y_r r + Y_{r|r|}|r| \\
 F_{z,H} &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Z_{uu}u^2 \\
 &\quad + Z_{|v|}|v| + Z_{vv}v^2 + Z_w w \\
 &\quad + Z_{w|w|}|w| + Z_q q + Z_{q|q|}|q| \\
 &\quad + Z_{rr}r^2 + Z_{r|r|}|r| \\
 L_H &= L_{\dot{p}}\dot{p} + L_p p + L_v v + L_{v|v|}|v| \\
 &\quad + L_r r + L_{r|r|}|r| \\
 M_H &= M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{uu}u^2 + M_{|v|}|v| \\
 &\quad + M_{vv}v^2 + M_w w + M_{w|w|}|w| \\
 &\quad + M_{www}w^3 + M_{www|w|}w^3|w| \\
 &\quad + M_q q + M_{q|q|}|q| + M_{|r|}|r| + M_{rr}r^2 \\
 N_H &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + N_v v \\
 &\quad + N_{v|v|}|v| + N_{vv}v^3 + N_{vvv|v|}v^3|v| \\
 &\quad + N_r r + N_{r|r|}|r| + N_p p
 \end{aligned} \tag{6}$$

### 3.3 추력

추력선이 동체축에 일치한다고 가정하면, 식 (7)과 같이 3축에 대한 추력과 토크를 산출할 수 있다. AUV 진행 방향으로 추력이 작용하기 때문에 x축에 대한 값만 존재한다.

$$\begin{aligned}
 F_{x,T} &= K_T \rho n^2 D^4 \\
 F_{y,T} &= 0 \\
 F_{z,T} &= 0 \\
 L_T &= K_Q \rho n^2 D^5 \\
 M_T &= 0 \\
 N_T &= 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

### 3.4 제어력

주어진 심도, 침로에 대한 안정성을 확보하며 주행하기 위해 제어타각 명령이 생성된다. 상하좌우 십자형상의 제어 타각[4-6]에 의한 힘, 모멘트가 발생한다. 이를 이용해서 3축에 대한 제어력 성분을 표현하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 F_{x,\delta} &= X_{\delta e \delta e}(\delta e_R^2 + \delta e_L^2) + X_{\delta r_U \delta r_U} \delta r_U^2 \\
 &\quad + X_{\delta r_D \delta r_D} \delta r_D^2 + X_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\
 F_{y,\delta} &= Y_{\delta r_U} \delta r_U + Y_{\delta r_D} \delta r_D \\
 F_{z,\delta} &= Z_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\
 L_{\delta} &= L_{\delta e}(\delta e_L - \delta e_R) + L_{\delta r_U} \delta r_U - L_{\delta r_D} \delta r_D \\
 M_{\delta} &= M_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\
 N_T &= N_{\delta r_U} \delta r_U + N_{\delta r_D} \delta r_D
 \end{aligned} \tag{8}$$

### 3.5 통합 6자유도 비선형 운동방정식

최종적으로 6자유도 비선형 운동방정식을  $A\dot{x} = B$  형태로 정리하면 식 (9)와 같다. 여기서 상태변수  $x = [u \ v \ w \ p \ q \ r]'$ 로 정의한다.

(460페이지 상단 참조) (9)

각속도로부터 자세 변화는 식 (10)과 같이  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ 로 산출 가능하다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{10}$$

동체 좌표계(body)에서의 속도  $u, v, w$ ,와 자세  $\phi, \theta, \psi$ 를 이용하여 식 (11)- 식 (12)처럼 NED 좌표계에서의 속도 및 위치로 산출 가능하다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = C_B^N \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = (C_N^B)^T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 C_N^B &= R_1(\phi)R_2(\theta)R_3(\psi) \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \\
 &\quad \times \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{12}$$

## 4. 선형 운동방정식

앞서 기술한 비선형 운동방정식은 3축에 대한 병진

$$A = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & ma_z & ma_y \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -ma_z & 0 & ma_x - Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & ma_y & -ma_x - Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -ma_z & ma_y & I_{xx} - L_{\dot{p}} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ ma_z & 0 & -ma_x - M_{\dot{w}} & -I_{xy} & I_{yy} - M_{\dot{q}} & -I_{yz} \\ -ma_y & ma_x - N_{\dot{v}} & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} F_{x,S} + F_{x,H} + F_{x,T} + F_{x,\delta} \\ F_{y,S} + F_{y,H} + F_{y,T} + F_{y,\delta} \\ F_{z,S} + F_{z,H} + F_{z,T} + F_{z,\delta} \\ L_S + L_H + L_T + L_\delta \\ M_S + M_H + M_T + M_\delta \\ N_S + N_H + N_T + N_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(W - B) \sin \theta \\ (W - B) \sin \phi \cos \theta \\ (W - B) \cos \phi \cos \theta \\ W(a_y \cos \phi \cos \theta - a_z \sin \phi \cos \theta) \\ -W(a_z \sin \theta + a_x \cos \phi \cos \theta) \\ W(a_x \sin \phi \cos \theta + a_y \sin \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_T \rho n^2 D^4 \\ 0 \\ 0 \\ K_Q \rho n^2 D^5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} \dot{u} + X_{uu} u^2 + X_{|v|} |v| + X_{vv} v^2 + X_w w + X_{ww} w^2 + X_{|p|} |p| + X_q q + X_{qq} q^2 + X_{|r|} |r| + X_{rr} r^2 \\ Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_v v + Y_{|v|} |v| + Y_p p + Y_r r + Y_{|r|} |r| \\ Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_{\dot{q}} \dot{q} + Z_{uu} u^2 + Z_{|v|} |v| + Z_{vv} v^2 + Z_w w + Z_{|w|} |w| + Z_q q + Z_{|q|} |q| + Z_{rr} r^2 + Z_{|r|} |r| \\ L_{\dot{p}} \dot{p} + L_p p + L_v v + L_{|v|} |v| + L_r r + L_{|r|} |r| \\ \left( M_{\dot{w}} \dot{w} + M_{\dot{q}} \dot{q} + M_{uu} u^2 + M_{|v|} |v| + M_{vv} v^2 + M_w w + M_{|w|} |w| \right) \\ \left( + M_{www} w^3 + M_{w|w|} w^3 |w| + M_q q + M_{|q|} |q| + M_{|r|} |r| + M_{rr} r^2 \right) \\ N_{\dot{v}} \dot{v} + N_{\dot{r}} \dot{r} + N_v v + N_{|v|} |v| + N_{vv} v^2 + N_{|v|v|} v^3 |v| + N_r r + N_{|r|} |r| + N_p p \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$+ \begin{bmatrix} X_{\delta e \delta e} (\delta e_R^2 + \delta e_L^2) + X_{\delta r_U \delta r_U} \delta r_U^2 + X_{\delta r_D \delta r_D} \delta r_D^2 + X_{\delta e} (\delta e_R + \delta e_L) \\ Y_{\delta r_U} \delta r_U + Y_{\delta r_D} \delta r_D \\ Z_{\delta e} (\delta e_R + \delta e_L) \\ L_{\delta e} (\delta e_L - \delta e_R) + L_{\delta r_U} \delta r_U - L_{\delta r_D} \delta r_D \\ M_{\delta e} (\delta e_R + \delta e_L) \\ N_{\delta r_U} \delta r_U + N_{\delta r_D} \delta r_D \end{bmatrix}$$

과 회전운동이 결합되어 속도, 각속도 성분이 섞여 있기 때문에 운동 특성 해석이나 제어기 설계가 용이하지 않다. 이 때문에 운동 특성을 반영하면서 단순화된 형태의 선형 운동방정식을 도출하여 이용한다. 상태 변수는 평형상태 + 교란상태로 표현 가능하고, 힘, 모멘트, 타각 변위도 식 (13)과 같이 평형점에서의 교란 성분으로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} U &= U_0 + u & X &= X_0 + \Delta X \\ P &= P_0 + p & L &= L_0 + \Delta L \\ \Phi &= \Phi_0 + \phi & \delta_e &= \delta_{e0} + \Delta \delta_e \end{aligned} \tag{13}$$

평형상태일 때  $\dot{U}_0 = 0, \dot{P}_0 = 0$ 이고, 교란상태 변수가 작다는 가정 하에 정리하면 식 (14)와 같다. 이때 주행 방향 속도는 일정하게 유지된다고 가정하여 심도 유지 시에는  $[w \ q \ \theta \ z]$ , 침로 유지 시에는  $[v \ r \ \psi]$ , 롤각 유지는  $[p \ \phi]$ 를 상태변수로 하여 평형방정식을

정리할 수 있다. 이때,  $w_0$ 는 평형상태일 때의 z방향 속도이고,  $\theta_0$ 는 평형상태일 때의 받음각 성분이다.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{x,S} + F_{x,H} + F_{x,T} + F_{x,\delta} \\ &= m\dot{u} + (m - z_{\dot{w}})q\omega_0 + ma_z \dot{q} \\ \sum F_y &= F_{y,S} + F_{y,H} + F_{y,T} + F_{y,\delta} \\ &= m\dot{v} + ma_x \dot{r} - ma_z \dot{p} + mV_{tot} r - m_z \omega_0 p \\ \sum F_z &= F_{z,S} + F_{z,H} + F_{z,T} + F_{z,\delta} \\ &= m\dot{w} - ma_x \dot{q} - mV_{tot} q \\ \sum L &= L_S + L_H + L_T + L_\delta \\ &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} - ma_z \dot{v} - ma_z (-\omega_0 p + V_{tot} r) \\ \sum M &= M_S + M_H + M_T + M_\delta \\ &= I_{yy} \dot{q} - ma_x \dot{w} + ma_z \dot{u} \\ &\quad + ma_x V_{tot} q + ma_z \omega_0 q \\ \sum N &= N_S + N_H + N_T + N_\delta \\ &= ma_x \dot{v} - I_{xz} \dot{p} + I_{zz} \dot{r} + ma_x (V_{tot} r - \omega_0 p) \end{aligned} \tag{14}$$

#### 4.1 정유체력

중력 및 부력에 의한 평형상태 방정식을 유도하면 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} F_{y,S} &= (W - B) \sin \theta_0 \phi \\ F_{z,S} &= -(W - B) \sin \theta_0 \theta \\ M_S &= -B(b_z \cos \theta_0 \theta - b_x \sin \theta_0 \theta) \\ N_S &= -Bb_x \sin \theta_0 \phi \end{aligned} \quad (15)$$

#### 4.2 동유체력

평형상태의 동유체력 방정식은 식 (16)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} F_{x,H} &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{\dot{q}}\dot{q} + X_w w + X_q q \\ F_{y,H} &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_{\dot{p}}\dot{p} + Y_v v + Y_p p + Y_r r \\ F_{z,H} &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Z_w w + Z_q q \\ L_H &= L_{\dot{p}}\dot{p} + L_{\dot{v}}\dot{v} + L_p p + L_v v + L_r r \\ M_H &= M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_w w + M_q q \\ N_H &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} + N_v v + N_r r + N_p p \end{aligned} \quad (16)$$

#### 4.3 추력

주행 속도가 일정하게 유지되므로 평형상태일 때 추력, 토크는 0이다.

#### 4.4 제어력

평형상태의 3축에 대한 제어력 성분은 식 (17)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_{x,\delta} &= X_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\ F_{y,\delta} &= Y_{\delta r_U} \delta r_U + Y_{\delta r_D} \delta r_D \\ F_{z,\delta} &= Z_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\ L_{\delta} &= L_{\delta e}(\delta e_L - \delta e_R) + L_{\delta r_U} \delta r_U - L_{\delta r_D} \delta r_D \\ M_{\delta} &= M_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\ N_{\delta} &= N_{\delta r_U} \delta r_U + N_{\delta r_D} \delta r_D \end{aligned} \quad (17)$$

#### 4.5 통합 선형 운동방정식

정유체력, 동유체력, 제어력에 의한 외력을 선형화하면 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{x,S} + F_{x,H} + F_{x,\delta} \\ &= X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{\dot{q}}\dot{q} + X_w w + X_q q \\ &\quad + X_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \\ \sum F_y &= F_{y,S} + F_{y,H} + F_{y,\delta} \\ &= (W - B) \sin \theta_0 \phi + Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_v v \\ &\quad + Y_p p + Y_{\delta r_U} \delta r_U + Y_{\delta r_D} \delta r_D \\ \sum F_z &= F_{z,S} + F_{z,H} + F_{z,\delta} \\ &= -(W - B) \sin \theta_0 \theta + Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Z_w w \\ &\quad + Z_q q + Z_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sum L &= L_S + L_H + L_{\delta} \\ &= L_{\dot{p}}\dot{p} + L_{\dot{v}}\dot{v} + L_p p + L_v v + L_r r \\ &\quad + L_{\delta e}(\delta e_L - \delta e_R) + L_{\delta r_U} \delta r_U - L_{\delta r_D} \delta r_D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M &= M_S + M_H + M_{\delta} \\ &= -Bb_z \cos \theta_0 \theta + Bb_x \sin \theta_0 \theta + M_w \dot{w} \\ &\quad + M_q \dot{q} + M_w w + M_q q + M_{\delta e}(\delta e_R + \delta e_L) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum N &= N_S + N_H + N_{\delta} \\ &= -Bb_x \sin \theta_0 \phi + N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} \\ &\quad + N_v v + N_r r + N_{\delta r_U} \delta r_U + N_{\delta r_D} \delta r_D \end{aligned}$$

끝으로 각속도 비선형 방정식을 선형화하면 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ &= p + \dot{\psi} \sin \theta_0 \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi = q \\ \dot{\psi} &= q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta = \frac{r}{\cos \theta_0} \end{aligned} \quad (19)$$

## 5. 시뮬레이션을 이용한 기동 특성 비교

앞에서 유도된 수중운동체의 6자유도 비선형, 선형 운동방정식을 수치적으로 비교·분석할 수 있도록, MATLAB과 Simulink를 이용하여 시뮬레이션 모델을 구현하였다. 시뮬레이션 모델은 대상 수중운동체에 대한 제어모델[6]까지 통합하여 여러 기동 상황에 대한 운동방정식 별 모사 특성을 비교·분석해 보았다. 이를 위하여 동일한 형태의 비연성 PID 제어를 적용하였고, 구동기는 비선형 동작이나 포화를 적용하지 않은 이상적인 형태로 가정하였다.

### 5.1 직진 후 원형 기동

10 m/s의 초기 속도를 갖고 수중에서 발사되는 수중운동체가 안정화 상태에서 직진 기동을 하다가, 일

정 시간 후에 침로를 변경하여 원형으로 기동하는 상황에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

Fig. 2는 전체 주행궤적 결과를 보여주는 그림이다. 비선형 모델의 궤적은 붉은색 점선으로, 선형 모델의 결과 궤적은 푸른색 실선으로 표시되어 있다. 직진 기동 구간은 선형 모델이 도출되는 조건을 만족하므로, 선형과 비선형 운동방정식 모두 유사한 결과를 보이고, 원형 기동에서는 두 가지의 운동 모델 결과에서 약간의 차이를 확인할 수 있다.

Fig. 3에는 롤, 피치, 요 각의 자세각 결과가 나타나 있다. Fig. 3에서 3행의 요 자세각은 수중운동체가 회전을 하면서 점차적으로 커지는 반면, 1행과 2행의 롤, 피치 자세각은 매우 작은 값을 유지하고 있음을 확인할 수 있다. 원형의 회전운동 시에 롤과 피치 자세각은 고정된 상태에서 침로 방향의 요 각만 바뀌는 주행 궤적이다. 자세각 결과에서는 선형과 비선형 운

동방정식의 차이는 크게 드러나지 않는다.

Fig. 4는 수중운동체의 각속도 결과이다.  $Q$ 와  $R$ 값은 선형과 비선형 모델 결과가 모두 유사하지만  $P$ 값에 차이가 있음을 볼 수 있다. 이 차이는 선형 운동방정식에서 침로방향 회전 운동에 의한 롤 방향으로 커플링되는 성분이 충분히 보상되지 않아서 발생한다.

Fig. 5는 기동을 위한 롤, 피치, 요 각 방향에 대한 제어 입력값을 도시한 결과이다. Fig. 4의 롤 방향의 커플링 성분으로 인한 매우 작은 차이 외에는 선형·비선형 두 케이스 모두 유사한 결과값을 보인다.

### 5.2 직진 후 90도 회전 기동

수중운동체가 안정화 상태에서 직진 기동을 하다가, 일정 시간마다 90도의 침로각 변경을 하는 궤적에 대한 시뮬레이션을 추가로 수행하였다. 앞 절의 내

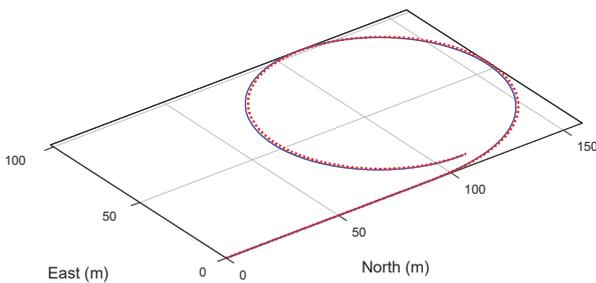


Fig. 2. Trajectories of a circular maneuver simulation

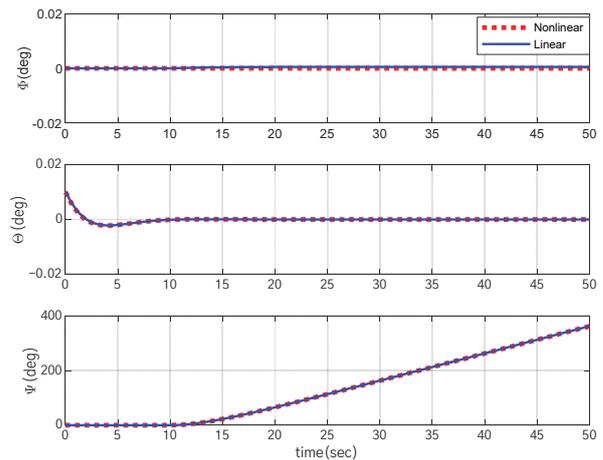


Fig. 3. Attitudes of a circular maneuver simulation

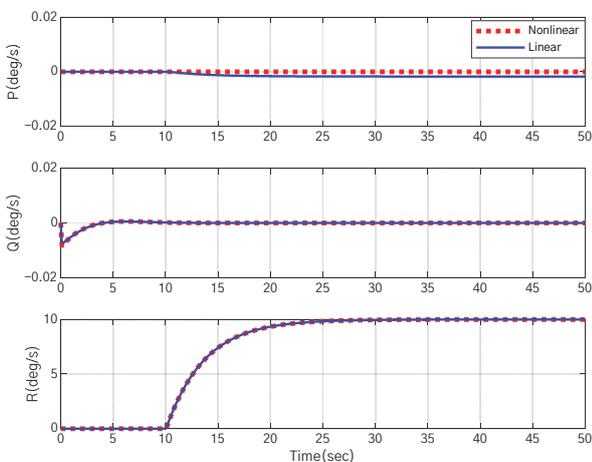


Fig. 4. Angular rates of a circular maneuver simulation

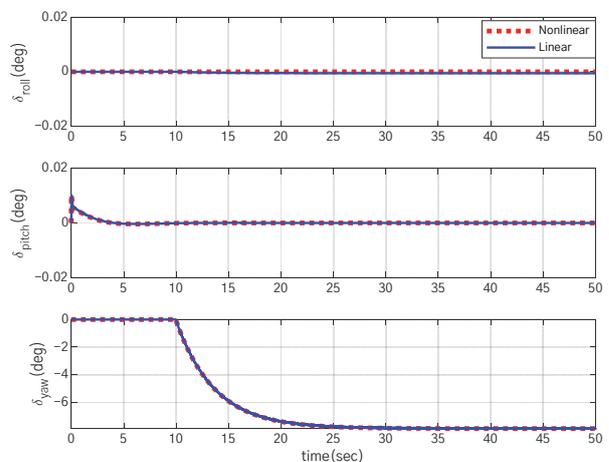


Fig. 5. Control commands of a circular maneuver simulation

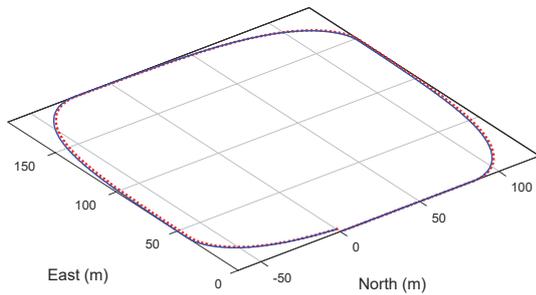


Fig. 6. Trajectories of a square maneuver simulation

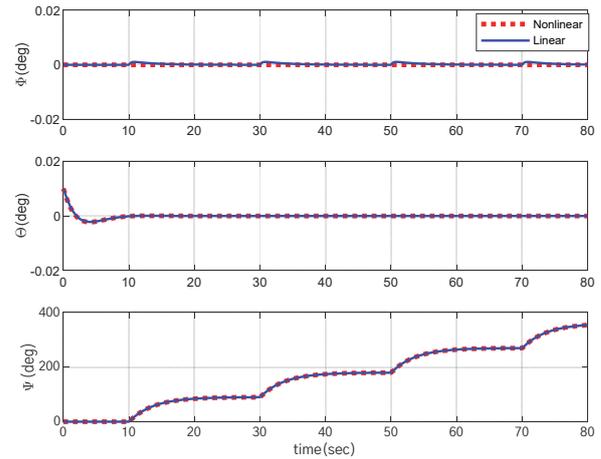


Fig. 7. Attitudes of a square maneuver simulation

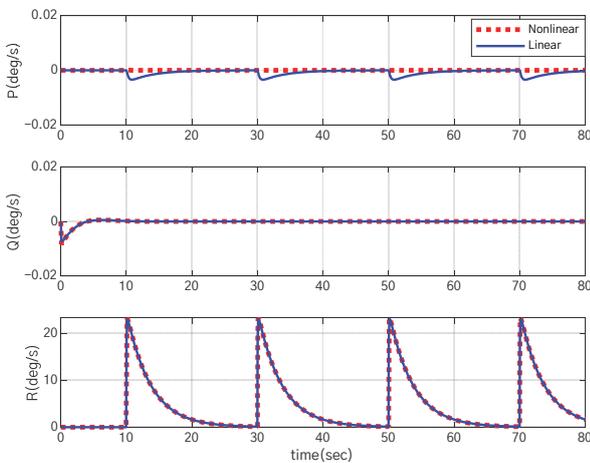


Fig. 8. Angular rates of a square maneuver simulation

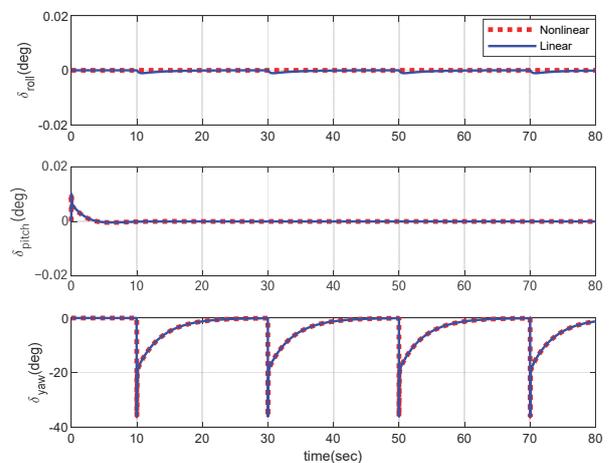


Fig. 9. Control commands of a square maneuver simulation

용과 동일하게 Figs. 6-9에 각각 전체 궤적, 자세각, 각속도, 제어입력 값을 도시하였다.

이전의 회전 운동에 대한 시뮬레이션 결과와 유사하다. 직진 운동하는 상황에서는 선형과 비선형 운동방정식이 상당히 일치하는 결과를 보이고, 90도 침로 각 변경을 하는 상황 하에서만 잠깐 동안 차이점을 보인다. 그리고 직진 운동을 하면서 차이점이 좁혀지는 것이 Fig. 7과 Fig. 8에서 두드러지게 나타난다.

## 6. 결론

본 논문에서는 대칭 형태를 갖고 고속주행하는 수중운동체의 기동을 표현할 수 있는 비선형과 선형 6자유도 운동방정식을 도출하였다.

뉴턴 제2법칙으로부터 힘과 모멘트를 정리하고, 부력중심을 기준으로 한 운동방정식을 정유체력, 동유

체력, 추력, 제어력에 대하여 정리하고 통합하였다. 그리고 운동 특성 해석이나 제어기 설계의 용이함을 위해 평형상태에서 교란상태 변수의 크기가 작다는 가정하에서 단순화된 형태의 선형 방정식을 얻었다.

각각의 운동방정식은 상용프로그램을 이용하여 동일한 형태의 제어모델과 통합하였고, 여러 기동 조건에 대한 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 등속 직진 운동을 하는 구간에서는 비선형과 선형 운동방정식 결과가 거의 일치하였고, 회전 입력이 인가되는 구간에 한하여 양 모델의 미세한 차이를 확인할 수 있었다.

대상 수중운동체의 상세한 기동 특성을 살펴보기 위해서는 많은 요소들이 들어 있는 비선형 운동방정식을 사용해야겠지만, 급기동이 많지 않은 조건에서의 대략적인 특성 분석이나 제어 성능 확인을 위한 용도로는 단순화된 선형 모델을 사용해도 무방할 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- [1] T. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons Ltd., 1994.
- [2] T. I. Fossen, *Marine Control System Guidance, Navigation, Rigs and Underwater Vehicle*, Norway, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2002.
- [3] B. Jalving, "The NDRE-AUV Flight Control System," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, IEEE, pp. 497-501, 1994.
- [4] G. M. Siouris, *Missile Guidance and Control Systems*, Springer, 2004.
- [5] E. L. Fleeman, *Missile Design and System Engineering*, AIAA, 2012.
- [6] C. Hyun, "Decoupled Controller Design of an Autonomous Underwater Vehicle and Performance Test Results," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 19, No. 9, pp. 768-773, 2013.