



Received: 2026/08/19
Revised: 2026/09/01
Accepted: 2026/09/29
Published: 2026/09/30

***Corresponding Author:**

Seungsik Min
E-mail: ssmin@navy.ac.kr

Abstract

본 연구에서는 전투 결과를 정량적으로 추론할 수 있는 두 가지 방법론을 분석한다. 첫째는 선형형, 제곱형, 혼합형의 세 유형으로 구분되는 란체스터 모형(LM)이며, 둘째는 확률적 시나리오 모형(PSM)이다. 두 모형의 이론을 비교하고 각 모형에 적합한 대표적 전투 유형을 제시하였다. 제안한 이론을 여러 예시 전투에 적용하여 결과를 분석하였다. 먼저 LM을 이용해 역사적 해전을 분석하고 유인함정과 무인수상정·무인항공기 간 미래 전투의 결과를 추정하였다. 이어 PSM과 확률이론을 적용하여 유인함정과 무인수상정 간 다양한 전투 시나리오의 결과를 추정하였다. 분석 결과, 두 정량적 전투모형은 전투 결과 추론뿐 아니라 미래 무기체계 개발에도 활용될 수 있음을 확인하였다.

This study analyzed two quantitative methodologies for gaining insights into battle outcomes: the Lanchester model (LM), classified into linear, square, and mixed forms, and probabilistic scenario model (PSM). The models were compared and applied to historical warfare and prospective engagements between manned warships and unmanned surface or aerial vehicles. The results confirmed that LM and PSM can support both battle-outcome analysis and future weapon-system development.

Keywords

전투모형(Warfare Model),
란체스터 모형(Lanchester Model),
확률적 시나리오 모형(Probabilistic Scenario Model),
무기체계(Weapon System), 무인수상정(USV),
무인항공기(UAV)

Acknowledgement

이 연구는 저자들의 발간 논문 [1]을 한역한 논문임.

두 가지 정량적 전투모형에서 얻는 통찰: 란체스터 모형과 확률적 시나리오 모형

Insights from Two Quantitative Warfare Models: Lanchester and Probabilistic Scenario

오경원¹, 민승식^{2*}

¹한남대학교 기계공학과 교수

²해군사관학교 이학처 교수

Kyungwon Oh¹, Seungsik Min^{2*}

¹Professor, Department of Mechanical Engineering, Hannam University

²Professor, Department of Natural Science, Republic of Korea Naval Academy

1. 서론

현대전에서 작전계획(OPLAN)을 수립하려면 방책(COA)을 제안·분석·비교해야 하며, 이 과정에서 워게임을 수행한다. 워게임은 미리 정한 규칙, 자료 및 절차에 따라 분쟁 상황의 일부 측면을 모의하는 활동이다[2]. 이는 둘 이상의 참여자가 현실적이고 충분히 복잡하며 적절한 규모로 구성된 무력분쟁 모형에서 서로 대립하는 전력을 통제하는 전략 보드게임 또는 전술 컴퓨터게임을 포함한다[3].

실제 전투결과를 토대로 워게임 프로그램을 개발하는 것이 이상적이지만, 일부 국가를 제외하면 국가 간 직접 무력충돌보다 경제·외교 제재를 통한 간접 분쟁이 더 일반적이다. 따라서 워게임의 기반으로서 모델링 및 시뮬레이션(M&S)의 활용이 매우 중요하며, 모형에 적용되는 기초이론과 매개변수의 의미를 이해해야 한다.

운용분석(OR)은 전투모형의 개발과 수학적 해석에서 출발한 산업공학의 한 분야로, 미국 해군에서 체계적으로 발전하였다[4,5]. 전투모형의 가장 전통적인 이론 가운데 하나가 란체스터 법칙이다.

오시포프(M. Osipov)와 란체스터(F. W. Lanchester)는 제1차 세계대전 중인 1915년과 1916년에 서로 독립적으로 대립 전력 간 전투력 관계를 나타내는 일련의 미분방정식을 고안하였다[6]. 이

후 Newman이 편집한 1956년 저서에는 란체스터의 선형법칙과 제곱법칙이 구체적으로 소개되었다[7]. 그 뒤 란체스터 법칙은 공학 수준 전투해석의 기본 방정식으로 자리 잡아 다양한 방식으로 활용되었다.

란체스터 모형은 위게임 모형 개발[8,9]과 역사적 전투의 해석[10-14]에 활용되었으며, 생태학[15], 진화[16], 전투게임[17]은 물론 마케팅[18]과 광고[19] 등 자연과학·사회과학의 여러 분야에도 적용되었다. 또한 편미분 란체스터 방정식[20]과 확률적 란체스터 방정식[21]으로 확장되었고, 복잡하고 비정규적인 전투상황에 대한 연구도 수행되었다[22-25].

한편 현대전에서는 사격통제체계를 갖춘 함포와 유도탄이 핵심 무기체계로 부각된다. 이러한 무기에는 란체스터 모형을 직접 적용하는 것보다 시나리오와 확률에 기초한 분석이 더 합리적일 수 있다. 비교적 약한 무기로 인해 전투력이 연속적·점진적으로 감소한다고 보는 란체스터 모형과 달리, 치명적인 유도탄에 의해 전투력이 이산적이고 즉각적으로 상실된다고 가정하는 편이 현대 무기체계의 특성에 부합하기 때문이다. 선행연구에서는 전투 시나리오를 설정하고 각 단계의 피격취약성을 확률이론으로 계산하여 UAV와 USV의 위협을 추정하였다[26,27].

본 연구에서는 다대다 전차전 또는 총포전의 대표 모형으로 란체스터 방정식을 검토하고, 이를 토대로 역사적 전투와 향후 발생 가능한 전투의 결과를 분석한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 란체스터 모형(LM)과 확률적 시나리오 모형(PSM)을 소개한다. 제3장에서는 란체스터 제곱모형, 란체스터 혼합모형 및 PSM을 각각 적용하여 여러 사례를 분석하고, 제4장에서는 연구내용과 시사점을 정리한다.

2. 전투모형

2.1 란체스터 모형(LM)

제1차 세계대전 이전의 전투는 주로 백병전 형태로 이루어졌다. 게릴라전이나 근접교전처럼 교전 개체 또는 플랫폼이 직접 접촉하는 단거리 전투에서는 각 전투력의 손실률이 양측 전투력의 곱에 비례한다. Table 1은 란체스터 모형의 설명에 필요한 매개변수와 변수를 나타낸다.

Table 1. Parameters and variables in Lanchester model (LM)

Parameters and Variables	Description
β, ρ	Combat power indices of BLUE and RED troops
B_{in}, R_{in}	Initial numbers of combatants of BLUE and RED troops
B_{fin}, R_{fin}	Final numbers of combatants of BLUE and RED troops
B, R	Numbers of combatants of BLUE and RED troops in continuous time
$\dot{B}, \dot{R}$	Rates of change for BLUE and RED combatants

백병전은 식 (1)과 같은 란체스터 제1법칙으로 표현된다.

$$\begin{cases} \dot{B} = -\rho BR \\ \dot{R} = -\beta BR \end{cases} \quad (1)$$

$$\beta \dot{B} = -\beta \rho BR = \rho \dot{R} \quad (2)$$

$$\beta \dot{B} - \rho \dot{R} = 0 \quad (3)$$

$$\beta B - \rho R = \beta B_{in} - \rho R_{in} \quad (4)$$

$$\begin{cases} B_{fin} = B_{in} - \frac{\rho}{\beta} R_{in}, \beta B_{in} - \rho R_{in} > 0 \\ R_{fin} = R_{in} - \frac{\beta}{\rho} B_{in}, \beta B_{in} - \rho R_{in} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{B} = -\rho R \\ \dot{R} = -\beta B \end{cases} \quad (6)$$

초기 전력조건에 따라 잔존 전투개체 수 B_{fin} 또는 R_{fin} 은 식 (5)와 같이 도출된다. 이를 란체스터 선형모형이라고도 한다.

전차전이나 총포전과 같은 중·장거리 전투에서는 교전 개체 또는 플랫폼이 직접 접촉하지 않은 상태에서 사격하므로, 각 집단의 전투력 손실률은 상대방의 전투력에 비례한다. 이 관계는 식 (6)의 란체스터 제2법칙으로 이어진다.

$$\beta B \dot{B} = -\beta \rho BR = \rho R \dot{R} \quad (7)$$

$$\beta \dot{B} - \rho \dot{R} = 0 \quad (8)$$

$$\beta B^2 - \rho R^2 = \beta B_{in}^2 - \rho R_{in}^2 \quad (9)$$

$$\begin{cases} B_{fin} = \sqrt{B_{in}^2 - \frac{\rho}{\beta} R_{in}^2}, \beta B_{in}^2 - \rho R_{in}^2 > 0 \\ R_{fin} = \sqrt{R_{in}^2 - \frac{\beta}{\rho} B_{in}^2}, \beta B_{in}^2 - \rho R_{in}^2 < 0 \end{cases} \quad (10)$$

제1법칙과 마찬가지로 초기 전력조건에 따라 B_{fin} 또는 R_{fin} 이 식 (10)과 같이 결정되며, 이를 란체스터 제곱법칙이라고 한다.

제2법칙은 선형 미분방정식의 형태이므로, 시간에 따른 양측 전투개체 수는 식 (11)의 폐형식 해로 구할 수 있다.

$$(3\text{페이지 하단 참조}) \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{B} = -\rho R \\ \dot{R} = -\beta B \end{cases} \quad (12)$$

한편 제1법칙과 제2법칙을 결합한 모형도 고려할 수 있다. 한쪽은 백병전 방식으로 공격하고 다른 쪽은 원거리 화기를 사용한다면, 전투는 식 (12)의 혼합형으로 표현된다.

$$\beta \dot{B} = -\beta \rho B R = \rho \dot{R} \quad (13)$$

$$\beta \dot{B} - \rho \dot{R} = 0 \quad (14)$$

$$\beta B^2 - 2\rho R = \beta B_{in}^2 - 2\rho R_{in} \quad (15)$$

여기서 홍군은 근접공격을 수행하고 청군은 원거리 화기를 사용한다. 청군의 전투력은 홍군 전투력에 비례하여 감소하고, 홍군의 전투력은 청군과 홍군 전투력의 곱에 비례하여 감소한다. 예를 들어 청군은 활

을, 홍군은 칼을 사용하는 상황에 해당한다. 초기 전력조건에 따른 잔존 전투개체 수는 식 (16)과 같이 도출된다.

$$\begin{cases} B_{fin} = \sqrt{B_{in}^2 - 2\frac{\rho}{\beta} R_{in}}, \beta B_{in}^2 - 2\rho R_{in} > 0 \\ R_{fin} = R_{in} - \frac{\beta}{2\rho} B_{in}^2, \beta B_{in}^2 - 2\rho R_{in} < 0 \end{cases} \quad (16)$$

본 연구에서는 USV의 길이를 10 m, UAV의 길이를 1 m로 설정하였다. UAV 군집과 USV의 가상교전을 통해 USV 탑재 기관총의 전투효과도를 분석하고, UAV에 승리하기 위해 필요한 적정 탄약 수를 추정하였다. USV에는 유도로켓, 폭뢰 및 기관총 등 여러 무기체계를 탑재할 수 있으나, 기관총의 전투효과도를 추정하기 위해 사격통제장치가 결합된 기관총만 사용한다고 가정하였다. 각 UAV에는 폭발물이 탑재되어 자폭공격만 수행할 수 있도록 설정하였다. 저가 UAV의 군집공격에 유도로켓으로 대응할 경우 탑재 수량에 한계가 있고 비용 대 효과도도 낮다고 판단하여, 이 시나리오에서는 유도로켓을 제외하였다.

2.2 확률적 시나리오 모형(PSM)

확률적 시나리오 모형은 (a) 전투에 참여하는 무기체계의 성능에 기초해 교전 시나리오를 설정하고, (b) 확률이론을 이용하여 각 단계에서 사용되는 무기의 효과를 계산함으로써 전투결과를 추정하는 방법이다. LM이 단위 플랫폼의 전투력지수를 바탕으로 연속시간에서 전투개체 수를 산출하는 반면, PSM은 단위 무기의 명중률을 바탕으로 시나리오의 각 단계에서만 잔존 전투개체 수를 이산적으로 산출한다. 따라서 시나리오를 설정하기 전에 전투에 사용되는 무기의 성능이 명확히 정의되어야 한다. Table 2는 PSM의 매개변수와 변수를 정리한 것이다.

설정한 시나리오와 변수에 따라 전투결과를 추정하는 방법은 다음과 같다. 식 (17)은 청군이 홍군을 공격할 때 전체 n 개 표적 가운데 1단계에서 n_1 개, 2단계에서 n_2 개를 명중시킬 확률을 나타낸다.

$$\begin{cases} B = \frac{1}{2} \left(B_{in} - \sqrt{\frac{\rho}{\beta}} R_{in} \right) e^{\sqrt{\beta\rho}t} + \frac{1}{2} \left(B_{in} + \sqrt{\frac{\rho}{\beta}} R_{in} \right) e^{-\sqrt{\beta\rho}t} \\ R = \frac{1}{2} \left(R_{in} - \sqrt{\frac{\beta}{\rho}} B_{in} \right) e^{\sqrt{\beta\rho}t} + \frac{1}{2} \left(R_{in} + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}} B_{in} \right) e^{-\sqrt{\beta\rho}t} \end{cases} \quad (11)$$

Table 2. Parameters and variables in probabilistic scenario model (PSM)

Parameters and Variables	Description
$p_1, \dots, p_k$	Hit rate of the weapon considered at each stage of the scenario
n	Total number of RED combatants/weapons
$N_1, \dots, N_k$	Targeting number of hits/intercepts for each stage, with $N_1 + \dots + N_k = n$
$n_1, \dots, n_k$	Resulting number of hits/intercepts at each stage, with $n_1 + \dots + n_k \leq n$
$n_i + \sum_{j=1}^i (N_j - n_j)$	Modified targeting number of hits/intercepts at stage i

$$(4\text{페이지 하단 참조}) \quad (17)$$

식 (18)은 청군이 1단계와 2단계에서 공격한 뒤 홍군 전투개체가 1개 생존할 확률을 나타낸다.

$$(4\text{페이지 하단 참조}) \quad (18)$$

따라서 1단계와 2단계 이후 홍군 플랫폼 또는 무기의 기대 생존수는 식 (19)와 같다. 식 (20)은 이를 논리적으로 단순화한 근삿값이며, 경계효과를 무시할 수 있을 때 식 (19)는 식 (20)에 수렴한다.

$$E[\text{surviving \# of RED}] = \sum_{l=0}^n l P_n(l) \quad (19)$$

$$E[\text{surviving \# of RED}] \approx n[1 - p_1 - (1 - p_1)p_2], \quad (20)$$

$$P_n(n_1, n_2) = \left[\binom{n}{n_1} p_1^{n_1} (1 - p_1)^{n - n_1} \right] \left[\binom{n - n_1}{n_2} p_2^{n_2} (1 - p_2)^{n - n_1 - n_2} \right] \quad (17)$$

$$P_n(l) = \sum_{n_1=0}^{n-l} \left\{ \left[\binom{n}{n_1} p_1^{n_1} (1 - p_1)^{n - n_1} \right] \left[\binom{n - n_1}{l} p_2^{n - l - n_1} (1 - p_2)^l \right] \right\} \quad (18)$$

$$E[\text{being hit \# of BLUE}] \approx n p_A 1 - [p_1 + (1 - p_1)p_2] \quad (22)$$

$$P_n(n_1, \dots, n_k) = \prod_{i=1}^k \left[\binom{n_i + \sum_{j=1}^i (N_j - n_j)}{n_i} p_i^{n_i} (1 - p_i)^{\sum_{j=1}^i (N_j - n_j)} \right] \quad (23)$$

$$E[\text{surviving \# of RED}] \approx n \left\{ 1 - p_1 - \sum_{i=2}^k \left[p_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p_j) \right] \right\}, \quad (26)$$

또는 청군의 1·2단계 작전이 홍군이 발사한 유도탄을 요격하는 과생존수는 정이라면, 청군에 명중하는 홍군 유도탄의 기대수는 생존 유도탄 수에 그 유도탄의 명중률 p_A 를 곱하여 식 (21)과 같이 구한다.

$$E[\text{being hit \# of BLUE}] = p_A \sum_{l=0}^n l P_n(l) \quad (21)$$

$$(4\text{페이지 하단 참조}) \quad (22)$$

앞의 식을 다층 방어체제로 일반화하면 식 (23)~(27)과 같이 정리할 수 있다.

$$(4\text{페이지 하단 참조}) \quad (23)$$

$$P_n(l) = \sum_{n_1 + \dots + n_k = n - l} P_n(n_1, \dots, n_k) \quad (24)$$

$$E[\text{surviving \# of RED}] = \sum_{l=0}^n l P_n(l) \quad (25)$$

$$(4\text{페이지 하단 참조}) \quad (26)$$

$$E[\text{being hit \# of BLUE}] = p_A \sum_{l=0}^n l P_n(l) \quad (27)$$

Table 3는 란체스터 모형과 확률적 시나리오 모형의 특징을 비교한 것이다. 이러한 방식으로 전쟁사와 미래 전투를 분석하는 목적은 두 가지이다. 첫째, 초기 전력과 단위 무기체계의 전투력지수로부터 전투 결과를 추론하는 것이다. 둘째, 과거 전투결과에서 전투력지수를 역추정하거나 미래 전력 향상을 위한

Table 3. Comparison of Lanchester model (LM) and probabilistic scenario model (PSM)

Category	Lanchester Linear Model	Lanchester Square Model	Lanchester Mixed Model	Probabilistic Scenario Model
Property	Static, deterministic and continuous model	Static, deterministic and continuous model	Static, deterministic and continuous model	Sequential, probabilistic and discrete model
Battle Type	Hand-to-hand battle by direct contact of platforms	Firearm battle by indirect contact	Mixed battle: direct on one side and indirect on the other	Missile battle by indirect contact
Example	Sword vs. sword	Bow vs. bow	Bow vs. sword	Missile vs. missile
Battle Range	Short	Medium	Short or medium	Medium or long
Power Loss Rate	Proportional to the product of both combat powers	Proportional to the other troop's combat power	Proportional to the other troop's power (BLUE) or the product of both powers (RED)	Proportional to the other troop's combat power and the armament hit rate
Combat Effectiveness	Linearly correlated with both troops	Squarely correlated with both troops	Linearly/squarely correlated with both troops	Determined by the hit probability at each stage
Parameter	β : combat power index of BLUE troop	ρ : combat power index of RED troop	β, ρ	p_i : armament hit rate at stage i
Variable	$B_{in}, B_{fin}, B, \dot{B}$	$R_{in}, R_{fin}, R, \dot{R}$	$B_{in}, R_{in}, B_{fin}, R_{fin}, B, R$	N_i : targeting no. of hits n_i : resulting no. of hits
Equation	Eqs. (1)–(5)	Eqs. (6)–(11)	Eqs. (12)–(16)	Eqs. (17)–(28)
Result	Final no. of troops	Final no. of troops	Final no. of troops	Expected no. of hits

플랫폼·무기의 목표수량을 설정하는 것이다. 본 연구에서는 전투력지수를 여러 값으로 변화시키면서 필요한 플랫폼과 무기의 수량을 산출하였다.

3. 사례연구

3.1 란체스터 제곱모형

3.1.1 1597년 조선과 일본의 역사적 해전

명량해전은 1597년 10월 26일 조선과 일본 사이에서 벌어진 세계 해전사상 유례를 찾기 어려운 극적인 전투였다. 명량해전 직전 원균이 지휘한 264척의 조선 수군은 칠천량해전에서 거의 전멸하였다. 그러나 이순신이가 지휘한 명량해전에서는 칠천량해전 이후 남은 12척으로 일본 함대 333척을 상대로 기적적인 승리를 거두었다. 당시 실제 교전에 참여한 일본 주력 전투함은 133척으로 분석된다.

서로 연이어 발생했으면서도 결과가 극명하게 대비되는 칠천량해전과 명량해전의 승패 원인에 대해서는 많은 연구가 이루어졌다. 칠천량해전의 패인은 전투준비태세 소홀, 부대의 단결과 군기 이완, 통수권자와 지휘관 사이의 전략 불일치 등으로 설명된다. 반면 명량해전의 압도적 승리는 불굴의 의지와 지휘

력, 부대의 단결에서 비롯된 것으로 평가된다. 그러나 이러한 무형적 요인만으로 두 전투의 결과를 충분히 설명하기는 어렵고, 전투결과를 분석할 수 있는 과학적 원리도 존재한다.

명량해전은 진도와 한반도 사이의 좁은 수로인 울돌목에서 벌어졌다. 울돌목은 조류속도가 약 10~12 kn에 이르는 세계적으로 빠른 조류 해역이다. 다만 구체적인 교전 위치는 명확히 확정되지 않았으며, 역사학계에서도 여러 견해가 제시되어 왔다. Fig. 1의 A, B, C는 후보지이며 A가 가장 유력한 위치로 알려져 있다.

Jeong과 Min은 란체스터 제곱모형을 적용하여 상세한 개별 함선의 횡진 배치가 명량해전 승리의 중요한 요인임을 제시하였다[28]. 또한 임진왜란과 정유재란 시기 20회 이상의 해전결과를 바탕으로 조선과 일본 함선의 전투력지수를 추정하였다[29]. 이처럼 란체스터 모형은 단순하고 명료한 결과를 제시하는 공학 수준의 전투해석 방법이다.

Table 4는 교전 위치가 각각 A, B, C일 때의 횡진 구성과 전투결과를 나타낸다. 란체스터 제곱모형에 따르면 학계에서 가장 유력하게 보는 A 지점에서만 조선이 승리하고, B와 C에서는 일본이 승리한다. 해전을 공학적 계산만으로 해석하는 데에는 한계가 있으나, 절대적으로 불리한 상황에서도 A 지점에서 조선

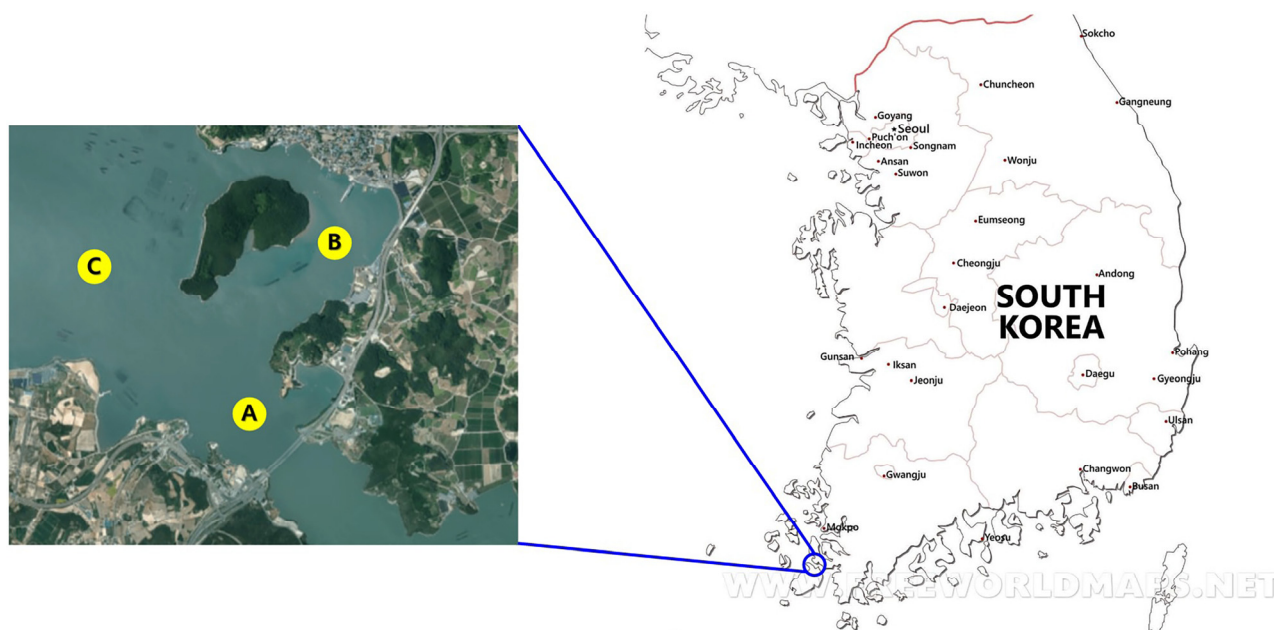


Fig. 1. Battle places A, B, and C estimated by historians (source: map.naver.com and www.freeworldmaps.net)

의 승리가 예측된다는 사실은 주목할 만하다.

지형과 조류를 이용한 횡진에 대한 직관적 이해와 불굴의 전투의지가 결합되었을 때 승리 가능성이 형성되었음을 추론할 수 있다. 란체스터 제곱모형은 같은 전력이라도 군사적 배치형태가 전투결과를 좌우하는 중요한 전략변수임을 보여준다.

3.1.2 호위함(FFG)과 무인수상정(USV)의 가상전투

주요 군사강국의 해군 무기체계 개발동향을 보면 대형 구축함과 같은 유인 전투함뿐 아니라 USV도 활발하게 개발되고 있다. 중국은 수십 척의 USV와 UAV가 군집기동하는 영상을 공개한 바 있다. 작전양

상은 고대의 백병전에서 중세의 총포전을 거쳐 현대의 유도탄전으로 변화해 왔다. 그러나 인공지능과 무인 무기체계를 활용한 군집기동이 보편화되면 미래 작전양상은 다시 다수 플랫폼이 화기를 집중 운용하는 형태로 전환될 가능성이 있다.

현재 개발 중인 소형 USV에는 약 10발의 소형 유도 로켓과 약 1,000발의 0.5인치 기관총탄을 탑재할 수 있을 것으로 예상된다. 반면 FFG는 대공유도탄과 근접방어무기체계(CIWS) 등을 갖춘 비교적 현대적인 중형 전투함이다. 본 연구에서는 FFG와 USV의 단위 전투력지수를 30:1로 설정하고, FFG 6척과 USV 60척이 참여하는 가상전투를 수행하였다.

Table 5는 세 가지 횡진 유형에서 FFG(청군)와

Table 4. Estimated results for the Battle of Myeongnyang at places A, B, and C[6]

Category	A-Korea	A-Japan	B-Korea	B-Japan	C-Korea	C-Japan
Power Index for Unit Platform	8	1	8	1	8	1
Initial Number of Warships	12	133	12	133	12	133
Sea Width (m)	1,000	350	400	400	2,000	800
No. of Simultaneous Combat	6 ships	3 ships	4 ships	3 ships	12 ships	6 ships
Number of Rows	2	42	3	42	1	21
Victorious Nation	KOREA	KOREA	JAPAN	JAPAN	JAPAN	JAPAN
Residual Number of Warships	5.3	5.3	8.4	8.4	11.3	11.3

Table 5. Comparison of combat powers and estimation of combat results

Category	I-FFG	I-USV	II-FFG	II-USV	III-FFG	III-USV
Power Index	30	1	30	1	30	1
Initial Number of Warships	6	60	6	60	6	60
No. of Simultaneous Combat	6 FFGs	20 USVs	3 FFGs	10 USVs	3 FFGs	6 USVs
Number of Rows	1	3	2	6	2	10
Victorious Troop	USV	USV	USV	USV	FFG	FFG
Final Number of Warships	10.9	10.9	7.8	7.8	2.5	2.5

USV(홍군)의 전력비교와 예상 전투결과를 나타낸다. 앞서 설명한 바와 같이 단위 전투력지수가 높고 동시에 교전하는 플랫폼 수가 많을수록 승리 가능성이 커진다. 즉, “뭉치면 살고 흩어지면 죽는다”는 명제가 란체스터 제곱모형에 부합한다. 전투력지수와 전체 참가전력이 같더라도 전력의 배열형태에 따라 전투결과가 달라진다는 의미이다.

3.2 란체스터 혼합모형

3.2.1 자폭형 군집 무인항공기(UAV)의 이지스 구축함(DDG) 공격

2019년 예멘 후티 반군은 자폭형 드론으로 사우디아라비아 국영 석유회사 아람코를 공격하여 세계에 큰 충격을 주었다. 최근 우크라이나 전쟁에서도 러시아 전차부대가 우크라이나 UAV의 자폭공격으로 큰 피해를 입었다. UAV는 탐지가 어렵고 은밀하게 운용할 수 있어 안보와 전쟁의 게임체인저로 부상하고 있다. 특히 자폭형 드론의 군집공격은 탐지와 방어가 매우 어렵다.

미래 무기체계의 전투결과는 다음 절차로 예측할 수 있다. 첫째, 전투력지수가 알려지지 않은 미래 무기체계를 대상으로 기준실험을 수행하여 전투력지수를 추정한다. 둘째, 추정한 지수를 사용하여 다양한 전투조건의 결과를 예측한다. 본 연구에서는 미국 해군대학원이 수행한 기준실험을 바탕으로 전투결과를 추정하였다.

3.2.2 기준실험을 통한 전투력지수 추정

미국 해군대학원의 Team Crane은 2012년

Arleigh Burke급 이지스 구축함을 대상으로 8개 방향에서 UAV 8대가 동시에 자폭공격하는 실험을 500회 수행하였다. 평균 3.82대의 UAV가 구축함에 명중한 것으로 보고되었으며[30], 실험의 구체적인 대상·수단·방법·결과는 다음과 같다.

- 대상: Arleigh Burke급 이지스 구축함(DDG Flight IIA형)
- 수단: Harpy급 소형 UAV(속도 250 km/h)
- 방법: 지상통제 소형 UAV 8대가 연안을 향해하는 DDG를 8개 방향에서 동시 자폭공격
- 방어수단: SM-2, 5인치 함포, CIWS(Phalanx), 기관총 등 소화기
- 결과: 500회 실험에서 UAV 8대 중 평균 3.82대가 공격에 성공

군집 자폭공격을 수행하는 UAV와 이지스 구축함의 전투는 활과 칼의 대결과 유사하다. 따라서 란체스터 혼합모형을 적용하여 DDG와 UAV의 전투력지수를 추정할 수 있다. DDG를 청군, UAV를 홍군으로 두고 $B_{in}=1$, $R_{in}=8$, $B=0$, $R=3.82$ 를 식 (12)~(16)에 대입하면 식 (28)과 같이 단위 플랫폼 전투력지수의 비를 구할 수 있다.

$$\frac{\beta}{\rho} = 2 \frac{R_{in} - R}{B_{in}^2 - B^2} = 8.36 \quad (28)$$

본 연구에서는 DDG가 UAV에 한 차례라도 피격되면 방어에 실패한 것으로 가정하여 $B=0$ 으로 판정하였다. 다만 실제 적용에서는 피격 시 전투력 감소량을 1보다 작은 값으로 설정할 수도 있다.

3.2.3 다양한 전투에서의 결과 예측

기준실험에서 추정한 전투력지수의 비를 이용하면 여러 조건에서 전투결과를 예측할 수 있다. Fig. 2는 식 (12)의 란체스터 혼합모형을 적용하여 청군의 초기 전력을 DDG 1~6척, 홍군의 초기 전력을 UAV 20~120대로 변화시켰을 때 시간에 따른 플랫폼 수를 나타낸다. 가독성을 높이기 위해 UAV 수는 1/20 축척으로 표시하였다.

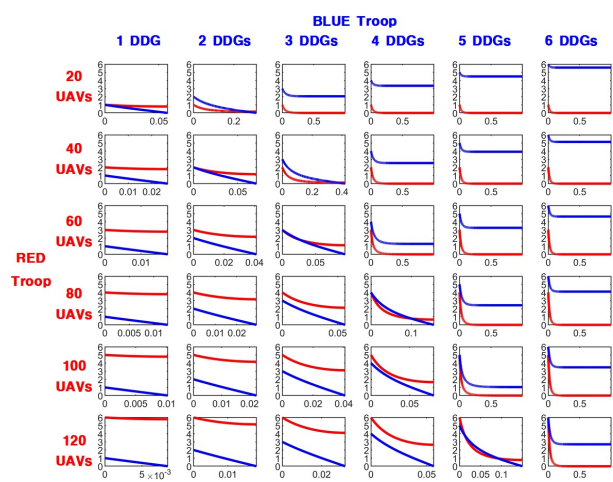


Fig. 2. Real-time power change according to the initial power of the BLUE and RED troops. The number of RED troops is displayed at 1/20 scale

DDG 수가 같다면 초기 UAV 수가 달라도 UAV 곡선은 거의 같은 형태로 나타난다. 즉, 근접공격을 수행하는 UAV는 초기 수량과 관계없이 동일한 DDG

수에 대해 같은 절대손실을 입는다. 반면 DDG의 전력곡선은 같은 UAV 수를 상대하더라도 DDG의 초기 수량에 따라 크게 달라진다. UAV 20대가 접근할 때 DDG 1척은 심각한 전력손실을 입지만 DDG 6척의 손실은 미미하다.

Table 6는 Fig. 2의 전투실험 결과를 요약한 것이다. 식 (16)으로 다양한 조건의 잔존 전력을 산출하였다. 청군이 승리하는 경우 전력손실(초기 전력-잔존 전력)은 청군과 홍군의 초기 수량에 비선형적으로 의존한다. 반면 홍군이 승리하는 경우 홍군의 손실은 청군 초기 수량에만 의존한다.

3.3 확률적 시나리오 모형(PSM): 전투유형별 호위함(FFG)과 무인수상정(USV)의 교전

3.3.1 시나리오 설정

본 절에서는 FFG(청군)가 단독 또는 군집으로 접근하는 USV(홍군)에 대응하는 여러 전술을 PSM의 시나리오로 설정한다. 양측이 접촉해역에서 경계작전을 수행하면서 경고통신 등의 상황조성 절차를 마친 뒤, FFG 1척과 다수 USV가 교전하는 상황을 가정하였다. 시나리오를 설정하기에 앞서 교전에 사용되는 무기의 정량적 성능을 확인해야 한다.

Table 7은 교전에 참여하는 무기체계의 단발 및 묶음 명중률을 나타낸다. 명중률과 묶음당 발수는 분석을 위해 가정한 값이다. 예를 들어 FFG의 유도탄 D는 단발 운용 시 명중률이 0.7이지만, 3발을 한 묶음으로

Table 6. Estimation of residual forces according to the initial powers of BLUE and RED troops

RED Troop	1 DDG	2 DDGs	3 DDGs	4 DDGs	5 DDGs	6 DDGs
10 UAVs	5.8	1.3	2.6	3.7	4.8	5.8
20 UAVs	15.8	3.3	2.1	3.3	4.5	5.6
30 UAVs	25.8	13.3	1.4	3.0	4.2	5.4
40 UAVs	35.8	23.3	2.4	2.5	3.9	5.1
50 UAVs	45.8	33.3	12.4	2.0	3.6	4.9
60 UAVs	55.8	43.3	22.4	1.3	3.3	4.7
70 UAVs	65.8	53.3	32.4	3.1	2.9	4.4
80 UAVs	75.8	63.3	42.4	13.1	2.4	4.1
90 UAVs	85.8	73.3	52.4	23.1	1.9	3.8
100 UAVs	95.8	83.3	62.4	33.1	1.0	3.5
110 UAVs	105.8	93.3	72.4	43.1	5.5	3.1
120 UAVs	115.8	103.3	82.4	53.1	15.5	2.7

Table 7. Hit rates per unit and bundle for the weapons involved in a battle

Category	Missile A	Guided Rocket B	Cannon	Guided Rocket U	Missile D	Guided Rocket E	CIWS
Troop	BLUE	BLUE	BLUE	RED	BLUE	BLUE	BLUE
Platform	FFG	PKMR	FFG	USV	FFG	FFG*	FFG
Target	Ship	Ship	Ship	Ship	Aircraft	Aircraft	Aircraft
Hit Rate of a Unit	0.3	0.7	0.3	0.7	0.7	0.7	0.7
No. of Units per Bundle	2	3	5	all	3	3	massive
Hit Rate of a Bundle	0.51	0.973	0.832	–	0.973	0.973	0.7

*Guided Rocket E is not currently installed; it is included to assess the defense improvement from a hypothetical performance upgrade.

운용하면 적어도 1발이 명중할 확률은 $1-(1-0.7)^3=0.973$ 으로 증가한다. 이러한 성능값을 바탕으로 FFG가 USV 군집공격에 대응하는 여러 전투유형을 설정하고 효과도를 추정하였다.

전투유형 I은 현 수준의 FFG와 USV 교전을 나타내는 기준 시나리오이다. 구체적인 단계는 다음과 같다.

- 1단계 (FFG → USV, 유도탄 A): FFG가 USV의 비정상 접근을 탐지하고 대함유도탄 A로 공격한다.
- 2단계 (FFG → USV, 함포): 생존한 USV가 계속 접근하면 FFG가 함포로 공격한다.
- U단계 (USV → FFG, 유도로켓 U): 1~2단계에서 생존한 USV가 FFG를 유도로켓 U로 공격한다.
- 3단계 (FFG → 유도로켓 U, 유도탄 D): FFG가 대공유도탄 D로 USV의 유도로켓 U를 요격한다.
- 4단계 (FFG → 유도로켓 U, CIWS): 3단계에서 생존한 유도로켓 U를 CIWS로 최종 요격한다.

전투유형 II는 USV 유도로켓 U의 명중률이 0.7에서 0.9로 향상된 경우이다. 전투유형 III는 신개념 전투에 대비하여 FFG에 유도로켓 E가 추가 탑재된 경우로, FFG는 유도탄 D와 CIWS 사이에 유도로켓 E를 운용하여 대공방어능력을 높인다. 전투유형 IV는 우리 해군이 운용 중인 PKMR급 소형 전투함 2척과 FFG가 편대를 구성하여 USV 군집공격을 방어하는 경우이다. 이 유형에서는 PKMR 탑재 대함무기인 유도로켓 B로 USV를 추가 공격한다. 모든 전투유형에서 FFG는 USV가 유도로켓을 발사하기 전에는 대함공격을, 발사 후에는 대공방어를 수행한다.

3.3.2 확률이론을 이용한 전투결과 추정

Fig. 3는 전투유형 I의 1~2단계에서 FFG가 유도탄 A와 함포로 대함공격을 수행한 뒤 생존하는 USV 수의 확률분포를 나타낸다. USV의 군집수량은 1~8척이며, 5척 이상 생존할 확률이 거의 0이므로 가로축은 0~4척만 표시하였다.

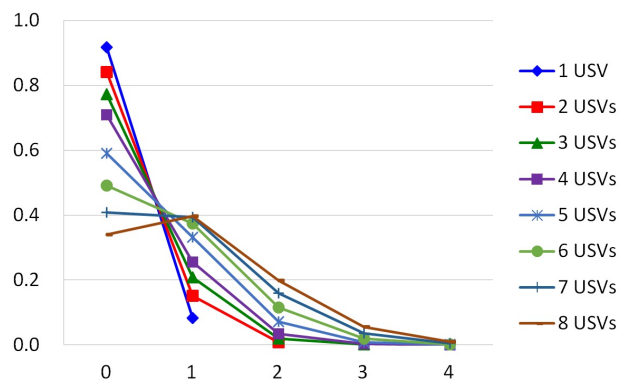


Fig. 3. Probability distribution of the number of surviving USVs according to swarming numbers after FFG anti-ship attacks in stages 1 and 2 of battle type I

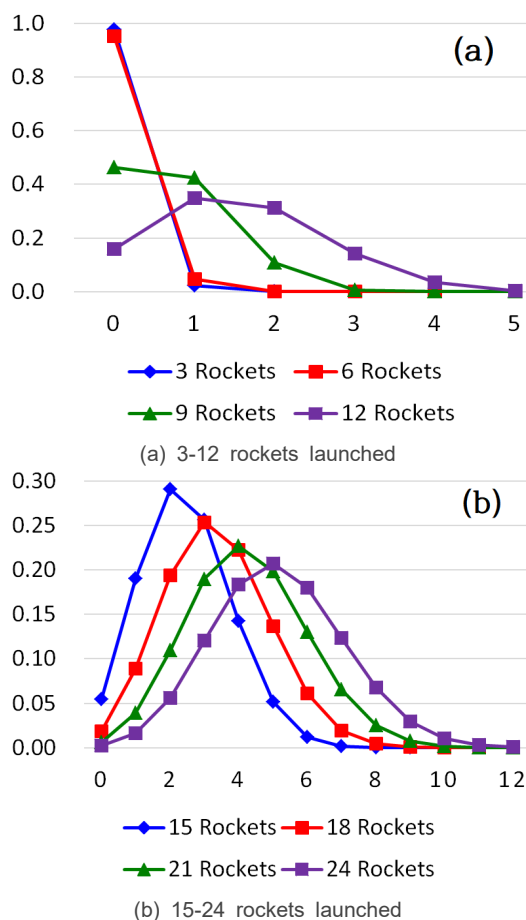
USV 1척이 접근할 때 격침될 확률, 즉 잔존수 0의 확률은 0.918이다. 2척이 군집으로 접근하면 모두 격침될 확률은 0.842로 감소한다. 군집수량이 3~8척으로 증가할수록 모두 격침될 확률은 각각 0.773, 0.709, 0.590, 0.491, 0.408, 0.340으로 낮아진다. USV 8척이 군집으로 접근할 때는 1척이 생존할 확률 0.396이 모두 격침될 확률 0.340보다 높다.

Fig. 4는 FFG가 유도탄 D와 CIWS로 대공요격을 실시한 후에도 생존하는 USV 유도로켓 U의 수에 대

Table 8. Status of combat platforms and weapons by battle type

Battle Type	BLUE Troop	RED Troop	Description	Order of Using Weapons
I	FFG	USV	Standard scenario	Missile A → Cannon → Rocket U → Missile D → CIWS
II	FFG	Improved USV	Hit rate of Guided Rocket U improves from 0.7 to 0.9	Missile A → Cannon → Rocket U → Missile D → CIWS
III	Reinforced FFG	USV	Newly installed FFG Rocket E provides additional anti-aircraft defense	Missile A → Cannon → Rocket U → Missile D → Rocket E → CIWS
IV	FFG+PKMR formation	USV	FFG and two PKMRs conduct coordinated operations; PKMR Rocket B provides an additional anti-ship attack	Missile A → Rocket B → Cannon → Rocket U → Missile D → CIWS

한 확률분포이다. 표준 시나리오인 전투유형 I만 도시했으며, 다른 전투유형도 같은 방식으로 도출할 수 있다. USV 발사 유도로켓 수는 3발 단위로 3~24발을 분석하였다. 13발 이상 생존할 확률이 거의 0이므로 가로축은 0~12발까지만 표시하였다.

**Fig. 4.** Probability distribution of surviving guided rockets U after FFG anti-aircraft interception in battle type I

USV가 총 3발과 6발을 발사하면 FFG가 모두 요격할 확률은 각각 0.976과 0.952이다. 그러나 9발과 12발을 발사하면 모두 요격할 확률은 0.463과 0.159로 급격히 감소한다. 9발까지는 생존 유도로켓 수의 최빈값이 0이지만, 12발부터는 최빈값이 순차적으로 1발씩 증가한다. 15~24발을 발사하면 피격확률은 단봉형 분포를 보이며, 24발 발사 시에는 약 5발이 생존할 확률이 가장 높다.

Table 9은 전투유형 I~IV에서 군집수량별 USV 기대 생존수를 나타낸다. Fig. 3의 확률분포에 따라 전투유형 I에서 FFG의 유도탄 A와 함포 공격 이후 USV 기대 생존수는 군집수량 1~8척에 대해 0.082~1.002 척이다. 전투유형 II와 III는 FFG가 USV에 수행하는 대함공격 방식이 같으므로 기대 생존수도 동일하다. 반면 전투유형 IV에서는 PKMR이 유도로켓 B로 USV를 추가 공격하므로 기대 생존수가 크게 감소한다. 이에 따라 생존한 USV가 발사한 유도로켓 U에 FFG가 피격될 위험도 낮아진다.

Table 10은 전투유형 I~IV에서 USV의 유도로켓 탑재량과 군집수량에 따른 FFG의 기대 피격수를 요약한 것이다. 전투유형별로는 유형 II의 피격수가 가장 크다. 이는 USV 유도로켓 U의 명중률을 0.7에서 0.9로 높였기 때문에 USV의 상대 전투력이 가장 커진 결과이다. 전투유형 III는 FFG에 무기를 추가하여 단독작전을 수행하고, 유형 IV는 PKMR 2척과 협동작전을 수행하는 경우이다. 유형 III도 유형 I보다 우수하지만 유형 IV의 효과가 훨씬 크다. 유형 III는 유도로켓을 추가 탑재하여 대공방어능력을 높인 반면, 유형 IV는 PKMR 유도로켓으로 대함공격능력을 높였기 때문이다.

Table 9. Expected numbers of surviving USVs according to swarming numbers and battle types

Battle Type	1 USV	2 USVs	3 USVs	4 USVs	5 USVs	6 USVs	7 USVs	8 USVs
I, II, III	0.082	0.165	0.247	0.329	0.497	0.666	0.834	1.002
IV	0.002	0.004	0.007	0.009	0.013	0.018	0.023	0.027

Table 10. Expected number of FFG hits by USV guided rockets according to rocket load and USV swarming number in battle types I-IV

Battle Type	Rockets per USV	1 USV	2 USVs	3 USVs	4 USVs	5 USVs	6 USVs	7 USVs	8 USVs
I	3 Rockets	0.001	0.003	0.004	0.006	0.012	0.020	0.033	0.051
I	6 Rockets	0.003	0.013	0.029	0.051	0.108	0.187	0.285	0.399
I	9 Rockets	0.038	0.085	0.142	0.207	0.354	0.530	0.729	0.949
I	12 Rockets	0.090	0.189	0.298	0.414	0.667	0.949	1.254	1.580
II	3 Rockets	0.002	0.004	0.006	0.008	0.015	0.026	0.043	0.066
II	6 Rockets	0.004	0.016	0.037	0.066	0.139	0.240	0.366	0.513
II	9 Rockets	0.049	0.110	0.182	0.266	0.455	0.681	0.938	1.220
II	12 Rockets	0.115	0.243	0.383	0.532	0.858	1.220	1.613	2.031
III	3 Rockets	0.001	0.003	0.004	0.006	0.008	0.011	0.014	0.017
III	6 Rockets	0.003	0.006	0.009	0.013	0.022	0.037	0.057	0.085
III	9 Rockets	0.004	0.013	0.024	0.037	0.068	0.101	0.133	0.162
III	12 Rockets	0.006	0.024	0.051	0.085	0.163	0.252	0.340	0.418
IV	3 Rockets	0	0	0	0	0	0	0	0
IV	6 Rockets	0	0	0	0	0.001	0.001	0.001	0.001
IV	9 Rockets	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.008	0.011	0.013
IV	12 Rockets	0.002	0.005	0.007	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030

따라서 침공정후가 명확한 상황에서는 대응방어보다 선제적인 대함공격이 훨씬 큰 전투효과를 낼 수 있다. 이는 Hughes의 salvo 모형에서 강조한 “효과적인 선제사격(fire effectively first)”과 유사한 결과이다[31]. FFG가 유형 III처럼 대공방어능력을 강화하는 대신 대함공격능력을 강화한다면 USV가 발사할 수 있는 유도로켓 수를 크게 줄일 수 있다. 다만 선제공격은 항상 군사적·비군사적 위험을 수반하므로 이 결과를 실제 작전에 적용할 때는 신중해야 한다.

한편 USV의 유도로켓 탑재량과 군집수량이 증가할수록 FFG에 명중하는 유도로켓 수가 비선형적으로 증가한다. 이는 란체스터 제공모형의 결과와도 일치한다. 전투력 건설비용까지 고려하면 비용 대 효과도 관점의 분석으로 확장할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 전투결과를 정량적으로 추정할 수

있는 두 가지 방법론을 분석하였다. 첫째, 란체스터 모형은 영국의 공학자 란체스터가 발표한 이론에 기초하며, 전투상황의 정량분석에 널리 사용되는 고전적 모형이다. 본 연구는 란체스터 모형을 선형형, 제곱형 및 혼합형으로 구분하고 미분방정식의 형태로 부터 각 모형에 적합한 전투유형을 정립하였다.

둘째, 확률적 시나리오 모형은 교전에 참여하는 무기체계의 성능을 바탕으로 시나리오를 구성하고, 각 단계에서 사용되는 무기의 효과를 확률이론으로 산출하여 최종 전투결과를 추정하는 방법이다. 전투거리가 길어지고 무기의 명중률이 높아질수록 란체스터 선형모형, 란체스터 제곱모형, 확률적 시나리오 모형의 순으로 적용 적합성이 높아진다고 판단하였다. 즉, 칼을 사용하는 백병전에는 란체스터 선형모형, 총·포를 사용하는 중거리 화기전에는 란체스터 제곱모형, 장거리 유도탄전에는 확률적 시나리오 모형이 적합하다.

이론을 토대로 여러 사례의 전투결과를 추정하였

다. 란체스터 제곱모형으로 역사적 해전을 해석하고 미래 전투를 예측하였다. 명량해전에서는 조선 전투함 12척과 일본 주력 전투함 133척이 좁은 수로에서 교전하여 일본 함선 31척이 격파된 반면 조선 함선은 피해를 입지 않았다. 조선왕조의 기록과 20회 이상의 해전결과에서 추정된 함선별 전투력지수를 적용하여 역사학계가 제시한 후보지 3곳에서 모의전투를 수행한 결과, 실제 결과와 일치하는 조선의 승리는 한 곳에서만 나타났다. 이는 역사적 사건도 정량분석을 통해 부분적으로 검증할 수 있음을 시사한다. 또한 유인함정과 USV의 가상전투에서는 동일한 전력이라도 군사적 배열형태에 따라 전투결과가 달라짐을 확인하였다.

이지스 구축함과 UAV의 전투에는 란체스터 혼합모형을 적용하였다. 분석은 기준실험을 통한 매개변수 추정과 추정 매개변수에 기초한 전투결과 예측의 두 단계로 수행하였다. 미국 해군대학원이 수행한 이지스 구축함 1척과 UAV 8대의 모의전투 결과를 토대로 DDG와 UAV의 전투력지수 비를 추정하고, 양측 전투 개체 수를 변화시키며 여러 전투결과를 산출하였다.

마지막으로 FFG와 USV 사이에 발생 가능한 미래 전투에 확률적 시나리오 모형을 적용하였다. USV의 유도로켓 탑재량과 군집수량에 따라 FFG의 피격 가능성을 다양하게 분석하였다. 시나리오를 달리한 네 가지 전투유형의 결과를 비교한 결과, 현 수준의 FFG 성능만으로는 USV 군집공격에 대응하는 데 다소 부족할 수 있는 것으로 판단되었다.

이 결과는 무기체계 개발과 획득계획에 중요한 시사점을 제공한다. 단위 무기체계가 상대 무기체계에 피해를 줄 수 있는 임계성능을 충족한다면, 단위 성능의 추가 향상보다 수량 증가가 승리에 더 큰 영향을 줄 수 있다. 일반적으로 성능을 두 배 높인 무기체계를 획득하는 비용은 수량을 두 배 늘리는 비용보다 크다. 따라서 단위 플랫폼이 임계성능만 만족하도록 설계하고 다수를 배치하는 방안은 더 낮은 비용으로 더 큰 효과를 낼 수 있다.

특히 대형 유인함정에 맞서 소형 무인전투체계를 운용하면 인명피해 위험을 줄일 수 있다. 지형적 특성을 이용한 플랫폼의 전략적 배치는 승리 가능성을 더욱 높인다. 앞으로 무인체계의 개발·획득과 병행하여 효과적인 군집운용 기술과 교범을 발전시킬 필요가 있다.

참고문헌

- [1] K. Oh & S. Min, 'Insights from Two Quantitative Warfare Models: Lanchester Model and Probabilistic Scenario Model,' *Naval Engineers Journal*, VOL. 137, NO. 1, 2025, pp. 64–76.
- [2] F. J. McHugh, *Fundamentals of War Gaming*, Government Printing Office, 1966.
- [3] J. F. Dunnigan, *The Complete Wargames Handbook: How to Play, Design, and Find Them*, Morrow, 1992.
- [4] M. Kress, 'Modeling Armed Conflicts,' *Science*, VOL. 336, NO. 6083, 2012, pp. 865–869.
<https://doi.org/10.1126/science.1217724>
- [5] A. R. Washburn & M. Kress, *Combat Modeling*, Springer, 2009. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0790-5>
- [6] F. W. Lanchester, *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm*, Constable, 1916.
- [7] F. W. Lanchester, 'Mathematics in Warfare,' in J. R. Newman (Ed.), *The World of Mathematics* VOL. 4 (pp. 2138–2157), Simon and Schuster, 1956.
- [8] G. G. Brown & A. R. Washburn, 'The Fast Theater Model (FATHM),' *Military Operations Research*, VOL. 12, NO. 4, 2007, pp. 33–45. <https://doi.org/10.5711/morj.12.4.33>
- [9] H. W. Jones, *COSAGE User's Manual*, Volume 1–Main Report, Revision 4, Army Concepts Analysis Agency, 1995.
- [10] C. Y. Hung, G. K. Yang, P. S. Deng, T. Tang, S. P. Lan, & P. Chu, 'Fitting Lanchester's Square Law to the Ardennes Campaign,' *Journal of the Operational Research Society*, VOL. 56, NO. 8, 2005, pp. 942–946.
<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601878>
- [11] T. W. Lucas & T. Turkes, 'Fitting Lanchester Equations to the Battles of Kursk and Ardennes,' *Naval Research Logistics*, VOL. 51, NO. 1, 2004, pp. 95–116.
<https://doi.org/10.1002/nav.10101>
- [12] N. MacKay, C. Price, & A. J. Wood, 'Weight of Shell Must Tell: A Lanchestrian Reappraisal of the Battle of Jutland,' *History*, VOL. 101, NO. 347, 2016, pp. 536–563.
<https://doi.org/10.1111/1468-229X.12241>
- [13] M. Sahni & S. K. Das, 'Performance of Maximum Likelihood Estimator for Fitting Lanchester Equations on Kursk Battle Data,' *Journal of Battlefield Technology*, VOL. 18, NO. 2, 2015, pp. 23–30.
- [14] J. G. Taylor, *Lanchester Models of Warfare*, Military Applications Section, Operations Research Society of America, 1983.
- [15] E. S. Adams & M. Mesterton-Gibbons, 'Lanchester's Attrition Models and Fights Among Social Animals,' *Behavioral Ecology*, VOL. 14, NO. 5, 2003, pp. 719–723.
<https://doi.org/10.1093/beheco/arg061>
- [16] D. D. Johnson & N. J. MacKay, 'Fight the Power: Lanchester's Laws of Combat in Human Evolution,' *Evolution and Human Behavior*, VOL. 36, NO. 2, 2015, pp. 152–163.
<https://doi.org/10.1016/j.evolhumbehav.2014.11.001>

- [17] M. Stanescu, N. Barriga, & M. Buro, 'Using Lanchester Attrition Laws for Combat Prediction in StarCraft,' Proceedings of the Eleventh AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment, pp. 86–92, 2015.
- [18] P. A. Naik, K. Raman, & R. S. Winer, 'Planning Marketing-Mix Strategies in the Presence of Interaction Effects,' *Marketing Science*, VOL. 24, NO. 1, 2005, pp. 25–34. <https://doi.org/10.1287/mksc.1040.0083>
- [19] S. Jorgensen & S. Sigué, 'A Lanchester-Type Dynamic Game of Advertising and Pricing,' in P. O. Pineau, S. Sigué, & S. Taboubi (Eds.), *Games in Management Science* (pp. 1–14), Springer, 2020.
- [20] T. Keane, 'Combat Modelling with Partial Differential Equations,' *Applied Mathematical Modelling*, VOL. 35, NO. 6, 2011, pp. 2723–2735, 2011. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.11.057>
- [21] D. Kim, H. Moon, D. Park, & H. Shin, 'An Efficient Approximate Solution for Stochastic Lanchester Models,' *Journal of the Operational Research Society*, VOL. 68, 2017, pp. 1470–1481. <https://doi.org/10.1057/s41274-016-0163-6>
- [22] M. Kress, 'Lanchester Models for Irregular Warfare,' *Mathematics*, VOL. 8, NO. 5, 2020, Article 737. <https://doi.org/10.3390/math8050737>
- [23] M. Kress, J. P. Caulkins, G. Feichtinger, D. Grass, & A. Seidl, 'Lanchester Model for Three-Way Combat,' *European Journal of Operational Research*, VOL. 264, NO. 1, 2018, pp. 46–54. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.07.026>
- [24] M. Kress, K. Y. Lin, & N. J. MacKay, 'The Attrition Dynamics of Multilateral War,' *Operations Research*, VOL. 66, NO. 4, 2018, pp. 950–956. <https://doi.org/10.1287/opre.2018.1718>
- [25] M. Kress & R. Szechtman, 'Why Defeating Insurgencies Is Hard: The Effect of Intelligence in Counterinsurgency Operations—A Best-Case Scenario,' *Operations Research*, VOL. 57, NO. 3, 2009, pp. 578–585. <https://doi.org/10.1287/opre.1090.0700>
- [26] S. Min, G. Lim, J. Ryu, & K. Oh, 'Analysis of Combat Effectiveness of Unmanned Surface Vehicle for the Ship Engagement,' *Journal of the Korea Association of Technology Fusion*, VOL. 1, 2018, pp. 95–102.
- [27] S. Min, K. Oh, & J. Ryu, 'Analysis of the Combat Effectiveness of FFG with Guided-Rocket on the Threats of Multiple USV,' *Journal of Aerospace System Engineering*, VOL. 14, NO. 5, 2020, pp. 58–65. <https://doi.org/10.20910/JASE.2020.14.5.58>
- [28] W. Jeong & S. Min, 'An Analysis on the Physical Combat Power of the Chilchunlyang and Myunglyang Naval Warfare,' *Military History*, VOL. 91, 2014, pp. 261–290. <https://doi.org/10.29212/mh.2014..91.261>
- [29] W. Jeong & S. Min, 'A Study on the Combat Power Index of Warship During Japanese Invasion of Korea in 1592,' *Military History*, VOL. 92, 2014, pp. 139–165. <https://doi.org/10.29212/mh.2014..92.139>
- [30] Team Crane, UAV Swarm Attack: Protection System Alternatives for Destroyers, U.S. Naval Postgraduate School Capstone Project Report, Naval Postgraduate School, Monterey, 2012. <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA573999.pdf>
- [31] R. P. Girrier, *Fleet Tactics and Naval Operations*, Naval Institute Press, 2018.